# Bruchrechnung

## 1 Formveränderung von Brüchen

**Erweitern** heißt Zähler und Nenner eines Bruches mit der selben Zahl multiplizieren. $\frac{a}{b} = \frac{a\cdot c}{b\cdot c}$

**Kürzen** heißt Zähler und Nenner eines Bruches durch dieselbe Zahl dividieren. $\frac{a}{b} = \frac{a:c}{b:c}$

**Beachte: Man darf mit 0 weder erweitern noch kürzen.**

**Ü:** 1.1 Kürze soweit wie möglich: a) $\frac{18}{20}$ b) $\frac{120}{54}$ c) $\frac{180}{105}$ d) $\frac{9\cdot 4\cdot 36}{6\cdot 27\cdot 12}$

1.2 Erweitere auf den Nenner in der Klammer: a) $\frac{3}{2}$ ; $\frac{7}{4}$ ; $\frac{8}{5}$; (20) b) $\frac{10}{9}$ ; $\frac{12}{27}$; $\frac{3}{2}$; (54)

## 2 Addition und Subtraktion gemeiner Brüche

**Regel:**
- Man bestimmt den Hauptnenner und macht die Brüche gleichnamig.
- Man addiert bzw. subtrahiert die Zähler.
- Man behält den gemeinsamen Nenner bei.

z. B.: $\frac{3}{4}+\frac{5}{3}-\frac{1}{2}=\frac{9}{12}+\frac{20}{12}-\frac{6}{12}=\frac{9+20-6}{12}=\frac{23}{12}=1\frac{11}{12}$

**Ü:** 2a) $\frac{7}{12}+\frac{11}{12}-\frac{1}{12}=$ b) $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}-\frac{23}{18}=$ c) $\left(\frac{1}{5}+\frac{9}{11}\right)-\left(\frac{4}{5}-\frac{1}{11}\right)=$ d) $5\frac{2}{9}-\left[3\frac{4}{5}-\left(1\frac{2}{15}+\frac{4}{5}\right)\right]=$

## 3 Multiplikation gemeiner Brüche

**Regeln: Bruch mal Bruch**
- Man multipliziert Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner.
- Gemischte Zahlen werden vorher in unechte Brüche umgewandelt.

$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$ z. B.: $\frac{3}{8}\cdot\frac{4}{21}=\frac{3\cdot 4}{8\cdot 21}=\frac{1\cdot 1}{2\cdot 7}=\frac{1}{14}$

**Bruch mal ganze Zahl**
- Man verwandelt die ganze Zahl in einen Bruch mit dem Nenner 1 und verfährt nach obiger Regel. $\frac{a}{b}\cdot c=\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{1}=\frac{a\cdot c}{b}$

**Ü:** 3a) $\frac{5}{4}\cdot 8=$ b) $\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{27}=$ c) $8\frac{1}{3}\cdot 2\frac{1}{4}=$ d) $12\cdot\frac{4}{3}=$

## 4 Division gemeiner Brüche

**Regel:**
- Man bildet den Kehrwert des zweiten Bruches und multipliziert anschließend die beiden Brüche.

$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}$ z. B.: $\frac{4}{9}:\frac{5}{3}=\frac{4}{9}\cdot\frac{3}{5}=\frac{4\cdot 3}{9\cdot 5}=\frac{4\cdot 1}{3\cdot 5}=\frac{4}{15}$

**Ü:** 4a) $\frac{4}{11}:\frac{12}{33}=$ b) $2\frac{1}{3}:\frac{7}{8}=$ c) $5\frac{1}{9}:\frac{2}{3}=$ d) $1\frac{6}{7}:2\frac{1}{3}=$

# Bruchrechnung

## 5 Umwandlung von gemeinen Brüchen in Dezimalbrüche

**Regel:**
- Man wandelt einen gemeinen Bruch in einen Dezimalbruch um, indem man den **Bruchstrich** durch ein **Divisionszeichen** ersetzt und den Zähler durch den Nenner dividiert.

  z. B.: $\frac{7}{8} = 7:8 = 0,875$ $\qquad 1\frac{5}{9} = \frac{14}{9} = 1,5555... = 1,\overline{5}$

**Ü:** 5a) $\frac{18}{25}$ b) $\frac{9}{16}$ c) $\frac{13}{8}$ d) $\frac{11}{50}$ e) $\frac{2}{3}$ f) $\frac{8}{15}$

## 6 Umwandlung von Dezimalbrüchen in gemeine Brüche

### 6.1 Endliche Dezimalbrüche

**Regel:**
- Im Zähler steht die Zahl aus allen Dezimalen.
- Im Nenner steht die entsprechende Stufenzahl.
- Die Ganzen werden gesondert umgewandelt.

  z. B.: $0,16 = \frac{16}{100} = \frac{4}{25}$ $\qquad 3,41 = 3\frac{41}{100} = \frac{341}{100}$

**Ü:** 6.1a) 0,25 b) 0,125 c) 0,0325 d) 3,58 e) 4,2 f) 10,35

### 6.2 Unendlich periodische Dezimalbrüche

**Regel:**
- Im Zähler steht die Periode.
- Im Nenner steht eine Zahl, die aus so vielen Ziffern 9 besteht wie die Länge der Periode vorgibt.

  z. B.: $0,\overline{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ $\qquad 0,\overline{002} = \frac{2}{999}$

(Die Regel gilt nur, wenn die Periode sofort nach dem Komma beginnt!)

**Ü:** 6.2a) $0,\overline{2}$ b) $0,\overline{6}$ c) $0,\overline{21}$ d) $3,\overline{43}$ e) $0,\overline{09}$ f) $0,\overline{124}$

## 7 Runden von Dezimalbrüchen

**Regel:** Bei sehr langen oder unendlichen Dezimalbrüchen genügt häufig ein gerundeter Näherungswert der Zahl. Dafür gilt folgendes:

**Abrunden:** Die zu rundende Ziffer bleibt unverändert, wenn eine der Ziffern 0 - 4 folgt.

**Aufrunden:** Die zu rundende Ziffer wird um 1 erhöht, wenn eine der Ziffern 5 - 9 folgt.

Vor dem Runden ist festzustellen, auf welche Stelle gerundet werden soll und die folgende Ziffer ist die entscheidende.

z. B.: 123,8 (G) = 124 $\qquad$ 6,983 (h) = 6,98 $\qquad$ 12,057 (z) = 12,1

**Ü:** 7 Runde auf die angegebene Stelle nach dem Komma:

a) 67,2345 (h) b) 7,987 (z) c) 123,354 (G) d) 2,009 (z)

# Bruchrechnung

## 8 Addition und Subtraktion von Dezimalbrüchen

**Regel:**
- Man bringt die Dezimalbrüche durch Anhängen von Endnullen auf gleich viele Dezimalen.
- Man addiert bzw. subtrahiert Ziffern mit gleichem Stellenwert.

z. B.: $23,4+2,345-0,71=23,400+2,345-0,710=25,035$

**Ü:** 8a) $24,812+30,4+18,5673=$ b) $12,98-4,0082+3,2-0,056=$

c) $(45,32+4,907)-(34,564-6,02)=$

## 9 Multiplikation von Dezimalbrüchen

**Regel:**
- Man multipliziert die beiden Dezimalbrüche zunächst ohne Komma.
- Man setzt das Komma so, dass das Ergebnis so viele Dezimalen besitzt wie beide Faktoren zusammen.

z. B.: $4,5\cdot 0,3=1,35$

**Ü:** 9a) $32\cdot 0,024=$ b) $8,61\cdot 6,02=$ c) $1,5\cdot 1000=$ d) $0,02\cdot 0,3=$

## 10 Division von Dezimalbrüchen

**Regel:**
- Man verschiebt das Komma bei Dividend und Divisor um gleich viele Stellen soweit nach rechts bis der Divisor kommafrei ist.
- Man dividiert wie in $\mathbb{N}$.
- Man setzt das Komma im Ergebnis beim Überschreiten der Kommastelle beim Dividenden.

z. B.: $4,97:3,5=49,7:35=1,42$

$$\begin{array}{r}
\underline{35\phantom{00}}\\
14\,7\phantom{0}\\
\underline{14\,0\phantom{0}}\\
7\,0\\
\underline{7\,0}\\
0
\end{array}$$

**Ü:** 10a) $230,88:2,4=$ b) $15,606:3,06=$ c) $624:0,06=$

# Terme

## 1 Definition

|  |  |
|---|---|
| • Jede Zahl | z. B.: 5; 0,12; $1\frac{2}{7}$; ... |
| • Jede Variable | z. B.: a; x; y; ... |
| • Jede sinnvolle Verknüpfung aus Zahlen, Variablen und Rechenzeichen bezeichnet man als **Term**. | z.B.: $5+0,3\cdot 2,4$; $3\cdot x-7$; $x^2-25$; ... |

**Jeder Term, der eine Variable enthält, besitzt eine Grundmenge $\mathbb{G}$ für die Variable.**

## 2 Darstellungsarten von Termen

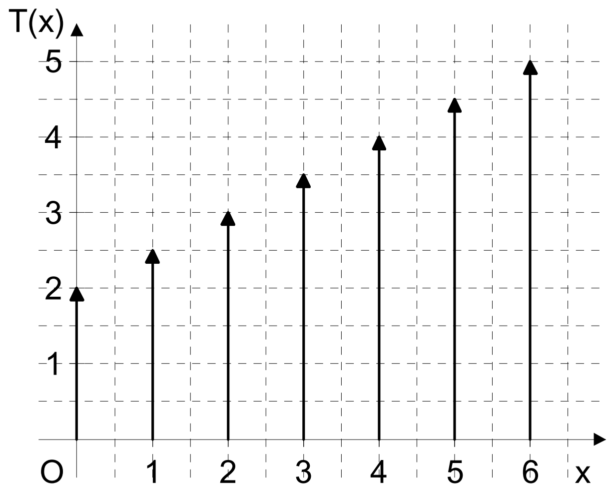
Wenn man für die Variable des Terms Zahlen der Grundmenge einsetzt, erhält man jeweils den dazugehörigen Termwert.
Terme kann man in numerischen und graphischen Wertetabellen darstellen:

Beispiel: $T(x) = 0,5\cdot x + 2$ $\qquad \mathbb{G} = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

### 2.1 Numerische Wertetabelle

| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $0,5\cdot x+2$ | 2 | 2,5 | 3 | 3,5 | 4 | 4,5 | 5 |

### 2.2 Graphische Wertetabelle




## 3 Äquivalente Terme

Terme sind **äquivalent** (gleichwertig), wenn sie bei **allen Einsetzungen aus der Grundmenge $\mathbb{G}$ jeweils die gleichen Termwerte haben**.

Beispiele:

1. $T_1(x) = 20 + 4\cdot x$ und $T_1(x) = (5+x)\cdot 4$ $\qquad \mathbb{G} = \{1; 2; 3\}$
   für $x = 1$ $\quad T_1(1) = 24$ $\quad T_2(1) = 24$
   für $x = 2$ $\quad T_1(2) = 28$ $\quad T_2(2) = 28$
   für $x = 3$ $\quad T_1(3) = 32$ $\quad T_2(3) = 32$
   Da die Termwerte für alle Einsetzungen gleich sind, sind die Terme äquivalent $\mathbf{T_1(x) = T_2(x)}$

2. $T_1(x) = x\cdot x$ und $T_1(x) = 2\cdot x$ $\qquad \mathbb{G} = \{0; 1; 2\}$
   für $x = 0$ $\quad T_1(0) = 0$ $\quad T_2(0) = 0$
   **für $x = 1$ $\quad T_1(1) = 1$ $\quad T_2(1) = 2$**
   für $x = 2$ $\quad T_1(2) = 4$ $\quad T_2(2) = 4$
   Da die Termwerte nicht für alle Einsetzungen nicht gleich sind, sind die Terme nicht äquivalent $\mathbf{T_1(x) \neq T_2(x)}$

# Lösen von Gleichungen durch Äquivalenzumformungen

## 1 Äquivalenz von Gleichungen

Gleichungen (Ungleichungen), die bei **gleicher Grundmenge dieselbe Lösungsmenge** besitzen, heißen **äquivalent**.

Beispiel: $(5+x)\cdot 4=80$ ist äquivalent zu $20+4\cdot x=80$ in $\mathbb{G}=\mathbb{Q}_0^+$,
da beide Gleichungen die Lösungsmenge $\mathbb{L}=\{15\}$ haben.

## 2 Äquivalenzumformungen

Die Lösungsmenge einer Gleichung ändert sich nicht, wenn man

- auf beiden Seiten die gleiche Zahl addiert oder subtrahiert
- beide Seiten mit der gleichen von Null verschiedenen Zahl multipliziert oder dividiert.

Eine derartige Umformung heißt **Äquivalenzumformung**.

Beispiele: $\mathbb{G}=\mathbb{Q}_0^+$

1.
$$\begin{aligned} & 2\cdot x+1=5 && |-1\\ \Leftrightarrow\quad & 2\cdot x=4 && |:2\\ \Leftrightarrow\quad & x=2 &&\\ & \mathbb{L}=\{2\} && \end{aligned}$$

2.
$$\begin{aligned} & \frac{1}{3}\cdot x-5=2 && |+5\\ \Leftrightarrow\quad & \frac{1}{3}\cdot x=7 && |\cdot 3\\ \Leftrightarrow\quad & x=21 &&\\ & \mathbb{L}=\{21\} && \end{aligned}$$

Zur Probe setzt man das Lösungselement ein und überzeugt sich, dass eine wahre Aussage entsteht!

$2\cdot\mathbf{2}+1=5$ (wahre Aussage) $\qquad \frac{1}{3}\cdot\mathbf{21}-5=2$ (wahre Aussage)

**Ü:** Löse durch Äquivalenzumformungen die Gleichungen mit $\mathbb{G}=\mathbb{Q}_0^+$

a) $x\cdot 10=4$

b) $x-\frac{4}{5}=3\frac{1}{2}$

c) $2\cdot x+3=18$

d) $1{,}2\cdot y-0{,}3=4{,}5$

e) $(17-13)\cdot x+6=11$

f) $\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\cdot x=\frac{2}{3}$

g) $z:1{,}6=2{,}4+9$

# Direkte Proportionalität

> Entspricht bei einer Zuordnung von Größen das n-fache der einen Größe dem n-fachen der anderen Größe, so heißt diese Zuordnung **direkte Proportionalität**.

Beispiel: Wurstaufschnitt M in x g → Kosten K in y €

·10

·2 ·2,5

| M in g | 50 | 100 | 200 | 250 | 500 |
|---|---|---|---|---|---|
| K in € | 0,60 | 1,20 | 2,40 | 3,00 | 6,00 |

·2 ·2,5

·10

**Eigenschaften:**

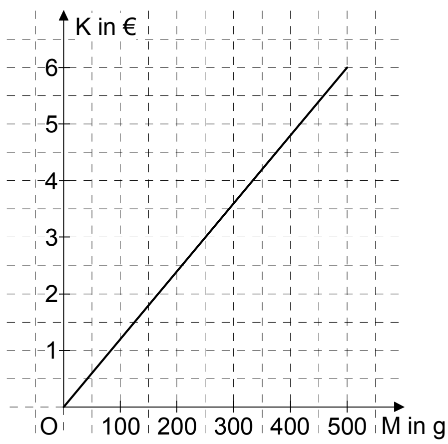
- Alle Größenpaare (A|B) einer direkten Proportionalität sind **quotientengleich**.
- Der konstante Quotient $k = \frac{B}{A}$ heißt **Proportionalitätsfaktor** oder **Proportionalitätskonstante**.

Beispiel:

| M in g | 50 | 100 | 200 | 250 | 500 |
|---|---|---|---|---|---|
| K in € | 0,60 | 1,20 | 2,40 | 3,00 | 6,00 |
| $\frac{K}{M}$ in $\frac{€}{g}$ | 0,012 | 0,012 | 0,012 | 0,012 | 0,012 |

Man sagt: „Die beiden Größen M und K sind zueinander direkt proportional“ ( K ~ M )

- Der Graph einer direkten Proportionalität ist eine Halbgerade, die im Ursprung beginnt.



# Prozentrechnung

Bruchteile gibt man oft in **Prozent** („**von Hundert**“) an. Dabei gilt:

$$\boxed{\frac{1}{100} = 1\% \qquad \frac{p}{100} = p\%}$$

Beispiele: a) $\frac{19}{100} = 19\%$ b) $\frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50\%$ c) $\frac{2}{5} = \frac{40}{100} = 40\%$ d) $\frac{6}{200} = \frac{3}{100} = 3\%$

## 1 Begriffe der Prozentrechnung

Von **135 Schülerinnen** erhielten **60** %, also **81 Schülerinnen** Urkunden.

**135 Schülerinnen** → **Grundwert (GW)**; **60** → **Prozentsatz (p)**; **81 Schülerinnen** → **Prozentwert (PW)**

## 2 Berechnungen

Die **Zahlen- bzw. Größenpaare** bei der Prozentrechnung sind **quotientengleich**. Es gilt:

$$\boxed{\frac{\text{Prozentwert (PW)}}{\text{Prozentsatz (p)}} = \frac{\text{Grundwert (GW)}}{100}} \quad \text{oder} \quad \boxed{\frac{\text{Prozentsatz (p)}}{\text{Prozentwert (PW)}} = \frac{100}{\text{Grundwert (GW)}}}$$

### 2.1 Berechnung des Prozentwerts

$$\boxed{\text{Prozentwert (PW)} = \frac{\text{Grundwert (GW)} \cdot \text{Prozentsatz (p)}}{100}}$$

**Beispiel:** Berechne 20% von 300 €.

$$PW = \frac{300\,€ \cdot 20}{100} \qquad PW = 60\,€$$

### 2.2 Berechnung des Grundwerts

$$\boxed{\text{Grundwert (GW)} = \frac{\text{Prozentwert (PW)} \cdot 100}{\text{Prozentsatz (p)}}}$$

**Beispiel:** Im einem Parkhaus sind 80% der Parkplätze belegt, das sind 120 Stellplätze. Wie viele Stellplätze hat das Parkhaus?

$$GW = \frac{120 \cdot 100}{80} \qquad GW = 150$$

Das Parkhaus hat 150 Stellplätze.

### 2.2 Berechnung des Prozentsatzes

$$\boxed{\text{Prozentsatz (p)} = \frac{\text{Prozentwert (PW)} \cdot 100}{\text{Grundwert (GW)}}}$$

**Beispiel:** Von 20 Elfmetern hat Sebastian 13 verwandelt. Wie hoch ist der Prozentsatz?

$$p = \frac{13 \cdot 100}{20} \qquad p = 65$$

Sebastian hat 65% der Elfmeter verwandelt.

# Prozentrechnung

**Übungen**

1. Berechne 75% von 800 kg.

2. Ein Pfahl steht 69 cm tief im Boden. 70% seiner Länge sind sichtbar. Wie lang ist der ganze Pfahl?

3. Eine Fußballmannschaft verlor von 35 Spielen in der vergangen Saison 14 Spiele. Wie viel Prozent sind das?

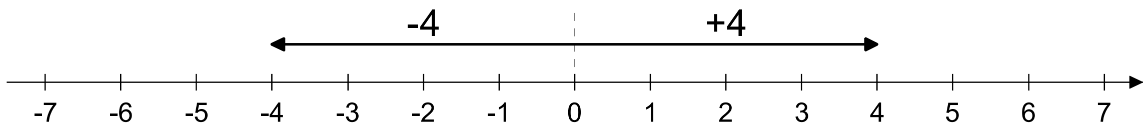
4.0 Berechne die fehlenden Größen.

| | Prozentsatz (p) | Grundwert (GW) | Prozentwert (PW) |
|---|---|---|---|
| 4.1 | 40 | | 360 g |
| 4.2 | | 250 € | 50 € |
| 4.3 | 4 | 12 m | |

# Addition und Subtraktion in $\mathbb{Z}$

## 1 Zahl und Gegenzahl

Zwei Zahlen, deren Zahlenpfeile sich nur durch die Richtung unterscheiden, nennt man **Zahl** und **Gegenzahl**.




Beispiele: Gegenzahl zu 9: $-9$ Gegenzahl zu $-12$: 12

## 2 Absoluter Betrag einer Zahl

Unter dem **absoluten Betrag** einer Zahl versteht man die **Maßzahl der Länge ihres Zahlenpfeils** (Abstand zur Zahl 0). Da Zahl und Gegenzahl gleichlange Zahlenpfeile besitzen, ist ihr absoluter Betrag gleich: z. B.: $|-4| = |+4| = 4$

## 3 Rechenzeichen - Vorzeichen

Die **Rechenart** wird bestimmt durch das **Rechenzeichen**. Das **Vorzeichen** gibt an, ob die Zahl **positiv** oder **negativ** ist.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **( + 4)** | + | **( – 3)** | Für das Zusammentreffen | $+(+) = +$ |
| ↓ | ↓ | ↓ | von Vorzeichen und | $(+)- = -$ |
| *Vorzeichen* | | *Vorzeichen* | Rechenzeichen gilt | $-(+) = -$ |
| | **Rechenzeichen** | | folgende **Regel**: | $-(-) = +$ |

## 4 Berechnung mehrgliedriger Summen

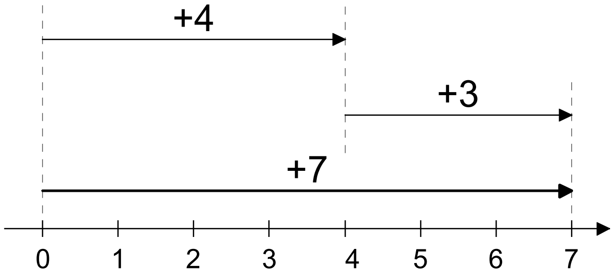
| | | |
|---|---|---|
| | | $(-12) + (+3) - (+9) - (-8) + (+7)$ |
| 1. **Klammern auflösen** nach obiger Regel | = | $-12 + 3 - 9 + 8 + 7$ |
| 2. **Summe der Plusglieder minus Summe der Minusglieder** | = | $18 - 21$ |
| 3. **Subtraktion** des **kleineren Betrags** vom **größeren Betrag** und **Zuordnen** des **Vorzeichens** der **Zahl** mit **größeren Betrag** zur **Differenz.** | = | $-3$ |

**Ü:** a) $(-13)-(+15)-(-20)+(-7)=$ b) $(-22)+(-66)-(+44)+(+33)=$

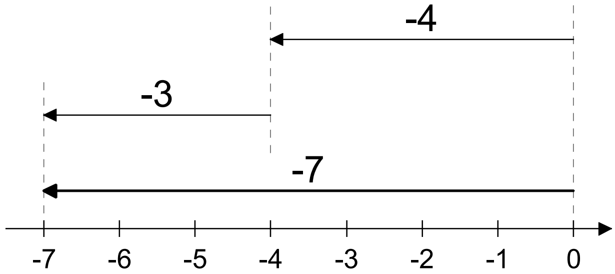
c) $[(-24)+(-21)]-[(+23)-(-10)]=$ d) $125-[(390-41)-(53-156)]=$

# Addition und Subtraktion in $\mathbb{Z}$ mit Hilfe von Zahlenpfeilen

## 1 Addition mit gleichen Vorzeichen




**(+ 4) + (+ 3) = + (4 + 3) = + 7**

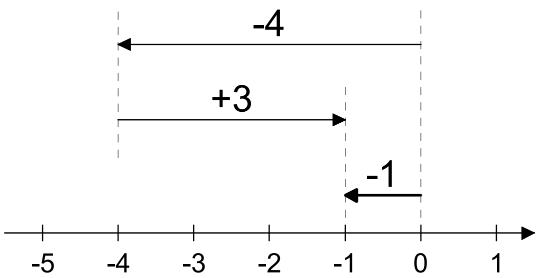



**(– 4) + (– 3) = – (4 + 3) = – 7**

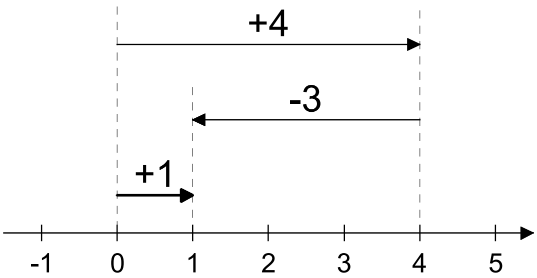
| | |
|---|---|
| **Regel:** | 1. Man addiert die Beträge.<br>2. Man ordnet der Summe der Beträge das gemeinsame Vorzeichen zu.<br>**(+ a) + (+ b) = + (a + b)** **(+ a) – (+ b) = – (a + b)** $\mathbf{a, b \geqq 0}$ |

**Ü:** 1a) $-16-12=$ b) $-2-7-13=$ c) $23+76=$

## 2 Addition mit verschiedenen Vorzeichen




**(– 4) + (+ 3) = – (4 – 3) = – 1**




**(+ 4) + (–3) = + (4 – 3) = + 1**

| | |
|---|---|
| **Regel:** | 1. Man subtrahiert den kleineren Betrag vom größeren Betrag.<br>2. Man ordnet der Differenz das Vorzeichen der Zahl mit dem größeren Betrag zu.<br>**(– a) + (+ b) = – (a – b)** **(+ a) + (– b) = + (a – b)** $\mathbf{a > b \geqq 0}$ |

**Ü:** 2a) $-6+3=$ b) $12-54=$ c) $-12+34-13=$ d) $58-23+4=$

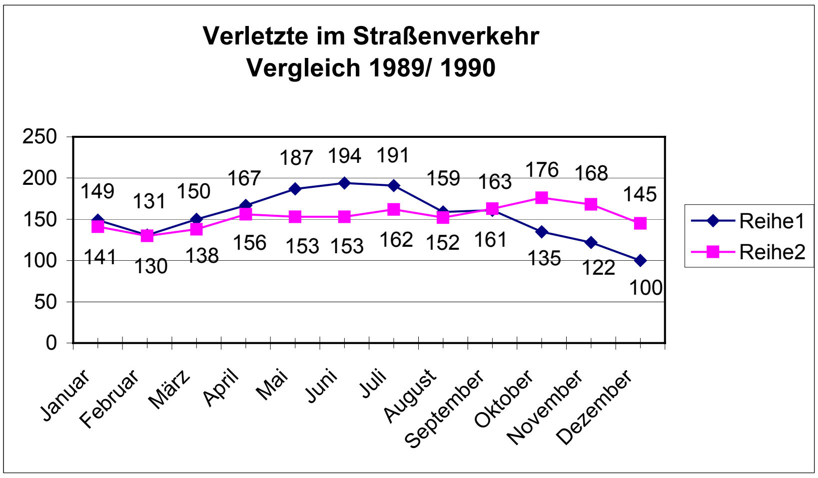
## 3 Subtraktion

**Beachte:** Jede **Subtraktion** lässt sich durch die **Addition der Gegenzahl** ersetzten.

| | | |
|---|---|---|
| **Beispiele:** | (+ 4) – (+ 3) = (+ 4) + (– 3) = +1<br>**a – (+ b) =a + ( – b)** | (+ 4) – (– 3) = (+ 4) + (+ 3) = +7<br>**a – (– b) = a + (+ b)** |

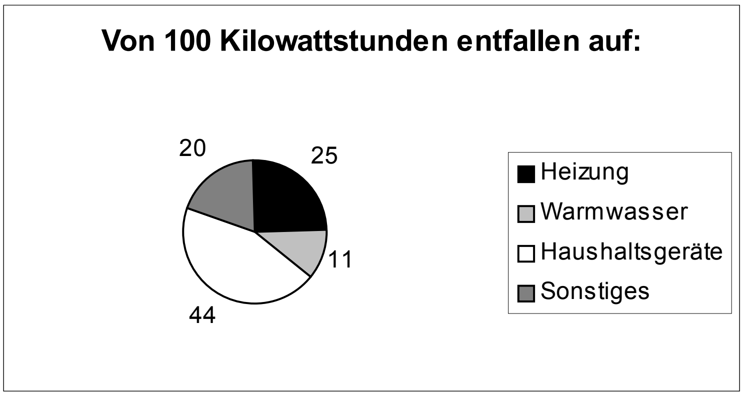
# Diagramme

## 1 Gitternetzdiagramm



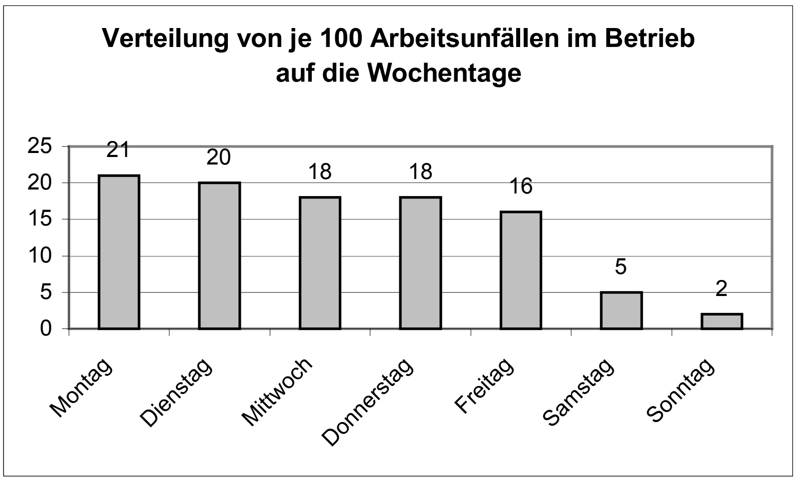

a) Ermittle für 1989 und 1990 die Gesamtzahl aller Verletzten.
b) Wie groß ist der Unterschied?
c) In welchem Jahr und welchem Monat gab es die meisten Verletzten?
d) In welchem Monat gibt es den größten Unterschied zwischen der Zahl der Verletzten?

## 2 Kreisdiagramm




a) Wie viele Kilowattstunden (kWh) entfallen auf „Warmwasser“ und „Heizung“?
b) Worauf entfallen 44 kWh?
c) Dem gesamten Energiebedarf entspricht der Vollwinkel, also 360°. Wie vielen Winkelgraden entspricht der Anteil „Sonstiges“?
d) Wie viel Prozent von 100 kWh entfallen auf „Haushaltsgeräte“ und „Heizung“?

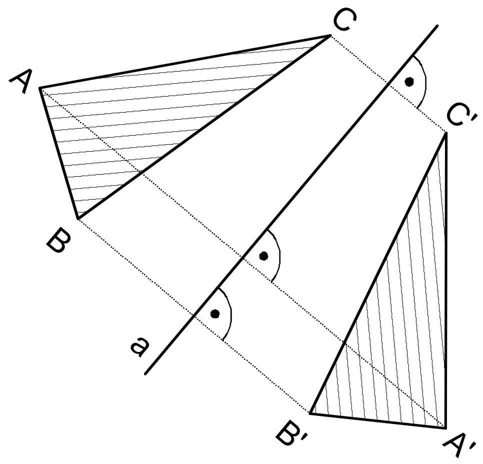
## 3 Balkendiagramm




a) An welchen Wochentagen ereignen sich die meisten bzw. die wenigsten Unfälle?
b) Wie viele Unfälle ereignen sich im Durchschnitt an den Arbeitstagen von Montag bis Freitag?
c) Wie ändert sich der Durchschnitt, wenn die Tage Samstag und Sonntag mitgerechnet werden?
d) Welcher prozentuale Anteil aller Arbeitsunfälle entfällt auf Samstag und Sonntag?

## Die Achsenspiegelung

Wird einer **Urfigur** (ΔABC) durch Spiegelung an einer Geraden a umkehrbar eindeutig genau eine **Bildfigur** (ΔA'B'C') zugeordnet, so handelt es sich bei der Abbildung um eine **Achsenspiegelung**.




Die Gerade a heißt **Spiegelachse**.

Kurzschreibweise: $\Delta ABC \xmapsto{a} \Delta A'B'C'$

Urfigur und Bildfigur liegen **symmetrisch** zur Spiegelachse a.

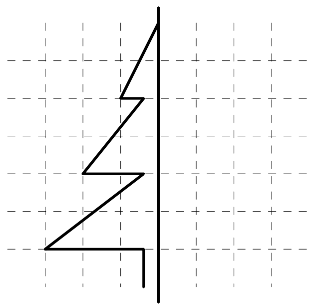
**Eigenschaften:** $P \xmapsto{g} P'$

- Bei allen Achsenspiegelungen schneidet die Verbindungsstrecke von Urpunkt P und Bildpunkt P' die Spiegelachse unter einem **rechten Winkel** und sie wird von ihr **halbiert**.
- Bei allen Achsenspiegelungen ist nur die Spiegelachse **Fixpunktgerade**.
- Alle Senkrechten zur Spiegelachse und die Spiegelachse selbst sind **Fixgeraden**.
- Alle Achsenspiegelungen sind **längen-** und **winkeltreu („Kongruenzabbildung")**.
- Alle Achsenspiegelungen sind **geraden-** und **kreistreu**.

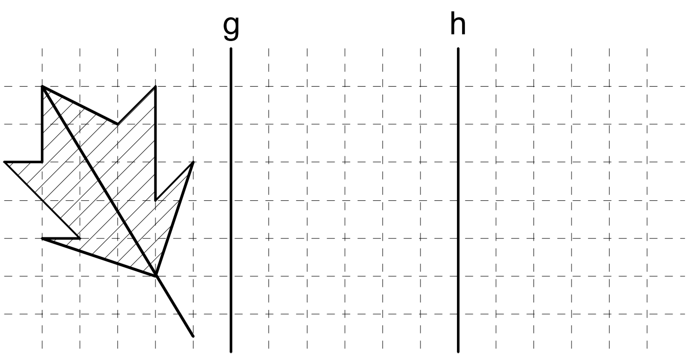
**Übungen:**

1. Eine Figur, die durch Achsenspiegelung an einer Spiegelachse **auf sich** abgebildet werden kann, ist **achsensymmetrisch**. Die Spiegelachse ist die **Symmetrieachse** der Figur.

   Zeichne die Tanne fertig.



2. Spiegle das Blatt erst an der Geraden g und dann an der Geraden h.



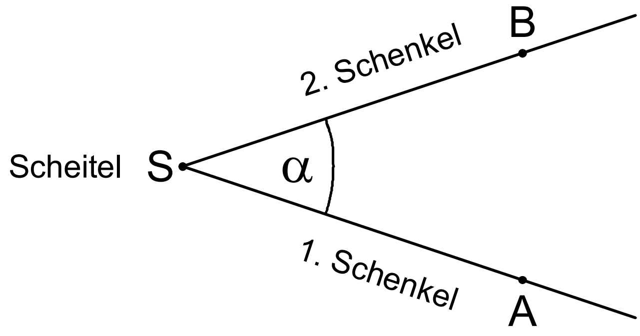
# Winkel

## 1 Bezeichnung

Ein Winkel wird von zwei Halbgeraden (Schenkel)gebildet, die einen gemeinsamen Anfangspunkt (Scheitelpunkt S oder Scheitel S) haben.

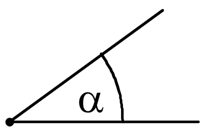
Der Winkel ASB ( $\sphericalangle ASB$ ) hat das Maß $\alpha$.

(Achtung: Winkel werden stets **gegen den Uhrzeigersinn** bezeichnet!)

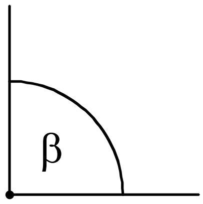



## 2 Winkelarten

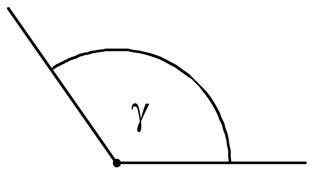
**spitzer Winkel**
$0° < \alpha < 90°$



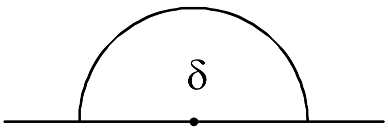

**rechter Winkel**
$\beta = 90°$



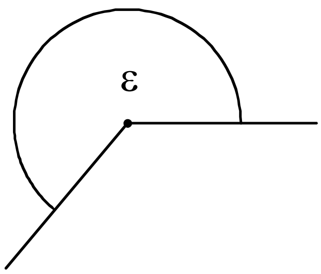

**stumpfer Winkel**
$90° < \gamma < 180°$



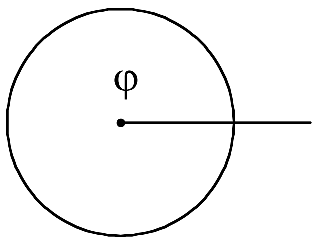

**gestreckter Winkel**
$\delta = 180°$




**überstumpfer Winkel**
$180° < \varepsilon < 360°$




**Vollwinkel**
$\varphi = 360°$

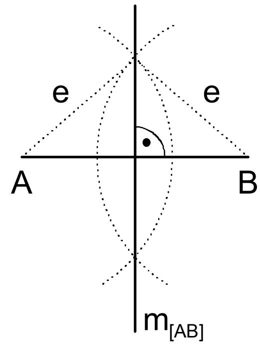


# Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende, achsensymmetrische Dreiecke und Vierecke

## 1 Mittelsenkrechte $m_{[AB]}$ zur Strecke [AB]

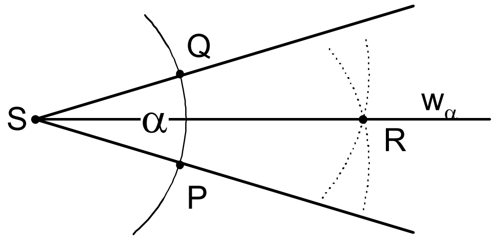
- Zeichne um A und B Kreise mit dem gleichen Radius r, wobei gilt:
  $r > \frac{1}{2} \cdot \overline{AB}$.
- Zeichne eine Gerade durch die beiden Schnittpunkte.

Merke: Alle Punkte der Mittelsenkrechten der Strecke [AB] sind von den Punkten A und B gleichweit entfernt. Beispiel: Strecke e.



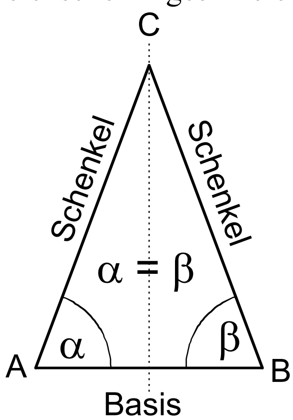

## 2 Winkelhalbierende $w_\alpha$

- Zeichne um den Scheitel des Winkels einen Kreis. Dieser schneidet die Schenkel in den Punkten P und Q.
- Zeichne um P und Q je einen Kreis mit dem gleichen Radius r.
- Verbinde den Schnittpunkt R der Kreise mit dem Scheitel S.

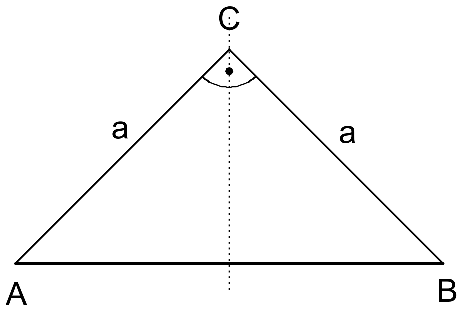



## 3 Achsensymmetrische Dreiecke

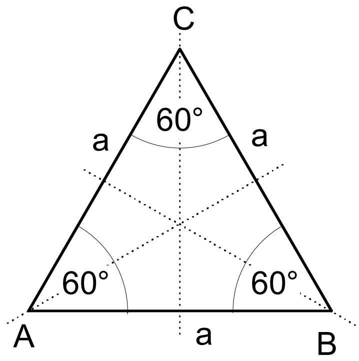
gleichschenkliges Dreieck




gleichschenklig-rechtwinkliges Dreieck

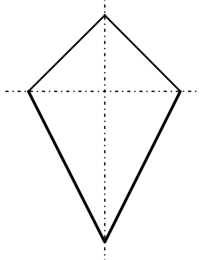



gleichseitiges Dreieck

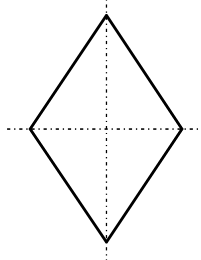



## 4 Achsensymmetrische Vierecke

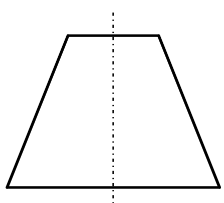
Drachenviereck



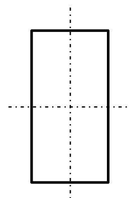
Raute



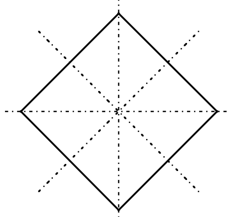
Gleichschenkliges Trapez



Rechteck



Quadrat



# Lösungen

**$6/1_1$**

1.1: a) $\frac{9}{10}$ b) $\frac{20}{9}$ c) $\frac{12}{7}$ d) $\frac{2}{3}$ 1.2: e) $\frac{30}{20}; \frac{35}{20}; \frac{32}{20}$ f) $\frac{60}{54}; \frac{24}{54}; \frac{81}{54}$

2: a) $\frac{17}{12}$ b) $\frac{5}{36}$ c) $\frac{17}{55}$ d) $3\frac{16}{45}$

3: a) 10 b) $\frac{5}{36}$ c) $18\frac{3}{4}$ d) 16

4: a) 1 b) $2\frac{2}{3}$ c) $7\frac{2}{3}$ d) $\frac{39}{49}$

**$6/1_2$**

5: a) 0,72 b) 0,5625 c) 1,625 d) 0,22 e) $0,\overline{6}$ f) $0,5\overline{3}$

6.1: a) $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ b) $\frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$ c) $\frac{13}{400}$ d) $3\frac{29}{50}$ e) $4\frac{1}{5}$ f) $10\frac{7}{20}$

6.2: a) $\frac{2}{9}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{7}{33}$ d) $3\frac{43}{99}$ e) $\frac{9}{99} = \frac{1}{11}$ f) $\frac{124}{999}$

7: a) 67,23 b) 8,0 c) 123 d) 2,0

**$6/1_3$**

8: a) 73,7793 b) 12,1158 c) 21,683

9: a) 0,768 b) 51,8322 c) 1500 d) 0,006

10: a) 96,2 b) 5,1 c) 10400

**$6/2_2$**

a) $\mathbb{L} = \{0,4\}$ b) $\mathbb{L} = \{4,3\}$ c) $\mathbb{L} = \{7,5\}$ d) $\mathbb{L} = \{4\}$ e) $\mathbb{L} = \{1,25\}$ f) $\mathbb{L} = \{\frac{5}{9}\}$ g) $\mathbb{L} = \{18,24\}$

**$6/4_2$**

1. 600 kg 2. 2,30 m 3. 40% 4.1 900 kg 4.2 20 4.3 0,48 m

**$6/5_1$**

a) – 15 b) – 99 c) – 78 d) – 327

**$6/5_2$**

1: a) – 28 b) – 22 c) 99 2: a) – 3 b) – 42 c) 9 d) 39

**6/6**

1: a) 1837 (im Jahr 1989); 1846 (im Jahr 1990)
b) Unterschied von 9 Verletzten mehr im Jahr 1990
c) Im Jahr 1990 gab es im Juni die meisten Verletzten mit 194
d) Im November. Unterschied: 46

2: a) 36 kWh b) Haushaltsgeräte c) 100 kWh $\widehat{=}$ 360° 20 kWh $\widehat{=}$ 72° d) 69%

3: a) die meisten Unfälle ereignen sich am Montag und die wenigsten Unfälle am Sonntag
b) 18,6 c) 4,3 d) 7%